I Simpósio Ibero-Americano de Tecnologias Educacionais - SITED 2017
Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC
Araranguá, SC, Brasil - 8 a 10 de maio de 2017

Uma Interpretação Geométrica da Multiplicação de Matrizes mediada pelo GeoGebra

Ivanete Zuchi Siple[1], Graciela Moro[1], Helder Geovane Gomes de Lima[1], Maisa Damazio Franco[1], Rogério de Aguiar[1], Katiani Loureiro[1], Floriano Viseu[2]

[1]Departamento de Matemática – Centro de Ciências Tecnológicas (CCT) - Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC) – Joinville-SC-Brasil.

[1]Centro de Investigação em Educação (CIED) – Universidade do Minho - Braga-Portugal.

ivazuchi@gmail.com, gracimoro@gmail.com, helder.lima@udesc.br, maisa.damazio.franco@gmail.com, rogerville2001@gmail.com, katiani.loureiro@udesc.br, fviseu@ie.uminho.pt

Abstract. *The use of the didactic potential of dynamic geometry technologies in a linear algebra course can provide interesting contributions in the understanding of certain content, due to the potential of the various registers of representation, simulation and dynamic interactions. Here, we discuss a collaborative practice that explored the geometric interpretation of matrix multiplication in the graphic computation using GeoGebra. It was applied in seven linear algebra classes in the State University of Santa Catarina (UDESC). The experiment allowed the students to explore the various registers of representation and to understand, through graphic visualization, the effect of the matrix product.*

Resumo. *A utilização do potencial didático das tecnologias de geometria dinâmica na disciplina de Álgebra Linear pode contribuir para a compreensão de determinados conteúdos, devido às potencialidades dos diversos registros de representação, de simulação e de interações dinâmicas. Aqui, abordamos uma prática colaborativa que explorou a interpretação geométrica do produto de matrizes, na computação gráfica, mediada pelo GeoGebra. Ela foi aplicada em sete turmas de Álgebra Linear na Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC). A experimentação possibilitou aos alunos explorarem os diversos registros de representação e compreenderem, pela visualização gráfica, o efeito do produto de matrizes.*

Provided by Universidade do Minho: RepositoriUM
CORE
Metadata, citation and similar papers at core.ac.uk

1. Introdução

A Álgebra Linear (ALI) apresenta um imenso potencial de aplicações, sendo uma ferramenta de resolução de problemas em diversas áreas do conhecimento. Porém, o ensino e a aprendizagem de tópicos de ALI são considerados por professores e estudantes como sendo uma experiência árdua devido às dificuldades manifestadas pelos alunos nessa disciplina [Dorier 2002; Hillel 2000]. O elevado nível de formalismo exigido para o tratamento adequado dos conteúdos de ALI não permite, muitas vezes, aos alunos estabelecer conexões com o que eles já sabem de matemática. Além disso, a abordagem axiomática desperta, nos estudantes, o sentimento de aprender um tema que lhes parece não ter conexão com a sua formação. Assim, a ALI acaba por se tornar numa disciplina-problema em muitas instituições de Ensino Superior devido ao fraco desempenho de muitos alunos que acabam por reprovar.

> O ensino da álgebra linear é universalmente reconhecido como difícil. Os estudantes geralmente sentem-se pousando em outro planeta, eles são surpreendidos com o número de novas definições e a falta de conexão com o conhecimento anterior. Por outro lado, os professores muitas vezes sentem-se frustrados e desarmados, quando confrontados com a incapacidade de seus alunos para lidar com as ideias que eles consideram ser tão simples. [Dorier 2002, p. 875, 876]

Trabalhos de pesquisa têm demonstrado que algumas dificuldades em relação à aprendizagem dos alunos nessa disciplina são atribuídas à sua natureza teórica e abstrata [Dorier 2000], à existência de diferentes representações (algébrica, geométrica, simbólica) para um mesmo objeto matemático [Hillel 2000] e também à abordagem formal, essencialmente algébrica adotada pelos professores e presente na maioria dos livros didáticos de ALI [França 2007]. Um dos grandes desafios é como mudar, na prática do professor, essa abordagem de ensino.

Acreditamos que uma das maneiras de inovar essa prática tradicional esteja no trabalho colaborativo [Boavida e Ponte 2002] entre os professores que lecionam essa disciplina. Por meio desse método de trabalho entre pares propiciam-se oportunidades para um trabalho em conjunto – elaboração de propostas de ensino, discussão e reflexão sobre outras abordagens e/ou metodologias – que pode favorecer os processos de ensino e aprendizagem dessa disciplina, como por exemplo, a utilização de recursos tecnológicos que permite aos alunos conjecturar, simular e visualizar objetos matemáticos sem as limitações do uso de lápis e papel.

A integração entre a Álgebra Linear e o potencial didático das tecnologias é um elemento importante destacado pelo documento “A formação do professor de matemática no curso de licenciatura: reflexões produzidas pela comissão paritária Sociedade Brasileira de Educação Matemática - SBEM e pela Sociedade Brasileira de Matemática - SBM”, referenciado como boletim SBEM (2013) e que pode ser estendida aos demais cursos.

> A Álgebra Linear é também uma disciplina propícia para explorar o potencial didático das ferramentas tecnológicas e, nesse caso, os aspectos numéricos se tornam relevantes além da estrutura algébrica. O conhecimento de Álgebra Linear irá ajudar o professor na sala de aula, ao ensinar conteúdos da própria Matemática sabendo das aplicações em outras áreas, o que abre oportunidades para interação didática interdisciplinar, fundamentada em linguagem matemática. [SBEM 2013, p.31]

Nesse contexto, relataremos uma prática colaborativa na disciplina de ALI que abordou a interpretação geométrica do produto de matrizes, mediada pelo software GeoGebra. Essa prática foi construída por um grupo de professores de Álgebra Linear e aplicada em sete turmas de ALI, no Centro de Ciências Tecnológicas da UDESC. A atividade desenvolvida teve como objetivo mostrar uma aplicação prática do produto de matrizes, na computação gráfica, bem como trabalhar as diversas formas de representação de um objeto matemático, preparando os alunos para o tópico de estudo de transformações lineares. A atividade desenvolvida mostrou que os alunos puderam trabalhar em diversos registros de representação e compreender, pela visualização gráfica, o efeito de uma determinada operação algébrica, nesse caso, o produto de matrizes.

2. Matrizes e as potencialidades do GeoGebra

O conteúdo de multiplicação de matrizes está presente tanto no Ensino Básico quanto no Superior. Por isso, quando esse conteúdo é abordado em ALI os alunos geralmente já têm um conhecimento prévio. Assim, ao abordar multiplicação de matrizes o professor utiliza a representação algébrica (matricial), efetuando os cálculos numéricos. Trazemos aqui como é apresentada a definição do produto de matrizes presente no livro de *Álgebra Linear com Aplicações* [Anton 2012], que é adotado no nosso departamento:

> Se A for uma matriz $m \times r$ e B uma matriz $r \times n$, então o produto AB é a matriz $m \times n$ cujas entradas são determinadas como segue. Para obter a primeira entrada na linha i e coluna j de AB, destacamos a linha i de A e a coluna j de B. Multiplicamos as entradas correspondentes da linha e da coluna e então somamos os produtos resultantes [Anton 2012, p. 28].

Outra maneira de expressar esse produto é dizer que o produto da matriz A pela matriz B, ou seja AB, está definido somente quando o número de colunas da matriz A é igual ao número de linhas da matriz B. Assim, se $A = (a_{ij})_{m \times r}$, e $B = (b_{ij})_{r \times n}$ então $C = AB$ é a matriz $C = (c_{ij})_{m \times n}$ que é definida por $c_{ij} = \sum_{k=1}^{r} a_{ik} b_{kj}$.

A abstração envolvida na compreensão da definição de matrizes não é, com certeza, tarefa trivial para os alunos. Por isso, muitas vezes o foco é mais no processo de como se efetua o cálculo do que na definição do produto de matrizes. E, assim, não é raro que os alunos operem mecanicamente um produto de matrizes sem estabelecer as conexões com as aplicações dessa operação. O documento da SBEM (2013) corrobora com essa constatação e aponta que o tópico de matrizes, abordado em Álgebra Linear, está presente no currículo do ensino médio, embora nem sempre seja explorado de forma adequada. Muitas vezes, os professores pouco sabem o significado das operações com matrizes, limitando-se apenas ao cálculo mecanizado. Essa realidade não é distante no Ensino Superior. Deste modo, um estudo cuidadoso da interpretação destes conceitos e do seu significado geométrico é fundamental para a formação do futuro profissional.

Mas, como fazer essa conexão? Foi pensando nessa questão que elaboramos uma atividade, na qual, já no início de um curso de Álgebra Linear, os alunos pudessem experimentar situações nas quais os diferentes registros de representação fossem contemplados e concomitantemente propiciassem a compreensão do significado de um produto de matrizes. Assim, consideramos de fundamental importância para a compreensão de matrizes a transição entre os diversos registros de representação [Duval 2003].

Uma das maneiras de promover essa transição é aliar às nossas práticas as potencialidades dos softwares de geometria dinâmica, como, por exemplo, o GeoGebra. Neste ambiente, podem ser visualizadas simultaneamente janelas com diferentes representações: algébrica, gráfica e tabular, por exemplo. Usando uma planilha, pode-se formar matrizes com quaisquer linhas ou colunas. Essa representação em forma de tabela aparece imediatamente na janela algébrica, em forma matricial. Além disso, tais matrizes podem ser representadas graficamente, conhecendo-se as conexões entre diferentes representações que esse software permite efetuar. O aluno pode experimentar as diversas formas de representação de um objeto matemático, além de poder variar as entradas de uma matriz, para visualizar o que essa mudança provoca nos diferentes registros de representação. A potencialidade do "controle deslizante", que possibilita representar dinamicamente uma variável, é de suma importância para os alunos explorarem situações particulares, o que promove a compreensão genérica de certas propriedades. Interagir com os objetos dinamicamente, podendo arrastá-los e modificá-los, enriquece a própria concepção do objeto, pois esses manterão suas relações e propriedades somente se forem construídos corretamente, conforme as propriedades matemáticas inerentes à sua definição. Além da interatividade, a possibilidade de visualização que o GeoGebra permite faz com que “o estudante veja e explore relações matemáticas e conceitos que eram difíceis de ‘mostrar’ no passado antes da tecnologia” [Diković 2009, p. 193, tradução nossa].

Nesse contexto, apresentaremos a tarefa de produto de matrizes (Adaptada de Gonçalves (2015)) mediada pelo GeoGebra e desenvolvida num grupo colaborativo de professores que ensinam Álgebra Linear.

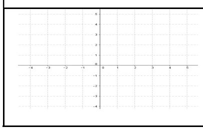
2.1 Multiplicação de matrizes: uma interpretação geométrica

A tarefa denominada "A interpretação geométrica do produto de matrizes" foi desenvolvida colaborativamente por professores que lecionavam a disciplina de ALI, no âmbito do projeto de pesquisa denominado "A Prática do Professor de Álgebra Linear numa perspectiva de trabalho colaborativo". A concretização das diretrizes deste projeto visa desenvolver práticas inovadoras que possam favorecer o processo de ensino e aprendizagem dessa disciplina. A tarefa foi proposta aos alunos em dois momentos: num primeiro momento, os alunos resolveram-a no ambiente lápis e papel; no segundo momento, no ambiente computacional. Com o primeiro momento procuramos propiciar a transição do registro geométrico para o registro algébrico (matricialmente), aferindo o efeito geométrico quando multiplicamos matrizes. O Quadro 1 ilustra a apresentação da atividade no ambiente lápis e papel.

Quadro 1. Interpretação geométrica do produto de matrizes no ambiente lápis e papel

No contexto da Geometria, uma matriz pode representar uma figura geométrica. No plano, cada um dos pontos de coordenadas (x,y) será uma coluna de uma matriz que os representa. Aliado a situações de computação gráfica, é possível aferir qual o efeito da multiplicação dessa matriz por outra predefinida.

1) Escolha convenientemente as coordenadas dos vértices da letra maiúscula da inicial do seu nome e represente-os numa matriz A.

Representação geométrica	Representação matricial
	

2) Considere as ma trizes

$$D = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{4} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad E = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

2.1 Qual o efeito gráfico provocado pela multiplicação da matriz D pela matriz A?

2.2 Qual o efeito gráfico provocado pela multiplicação da matriz E pela matriz A?

No segundo momento, no GeoGebra, os alunos deveriam implementar a atividade desenvolvida no ambiente lápis e papel e também realizar outras multiplicações de matrizes. Esperava-se que os alunos verificassem graficamente os efeitos das transformações produzidas pelas multiplicações de matrizes. O Quadro 2 ilustra a atividade proposta.

Quadro 2. Interpretação geométrica do produto de matrizes no GeoGebra

1) Represente matricialmente e geometricamente a primeira letra do seu nome no GeoGebra.

2) Considere as matrizes $D = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{4} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $E = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, $F = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ e $G = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$. Represente geometricamente e matricialmente no GeoGebra os produtos: DA, EA, FA e GA.

A atividade delineada pelos docentes do grupo de trabalho foi aplicada em sete turmas de Álgebra Linear. Os alunos resolveram a atividade individualmente, sendo que a parte resolvida no ambiente lápis e papel foi iniciada em sala de aula e recolhida na aula seguinte, quando foi realizada a discussão com os alunos.

A parte da implementação computacional foi realizada extraclasse e foi sugerido a utilização do GeoGebra, pois esse software foi utilizado, em sala de aula por alguns dos professores, para a exploração das operações com matrizes, sendo inclusive disponibilizado materiais de como obter o cálculo de operações matriciais nesse software. Porém, existe um ponto muito importante no uso das tecnologias em sala de aula, em relação à maneira como ela é integrada neste ambiente. Há uma grande diferença entre ser o professor ou o aluno a utilizar o GeoGebra. Assim, esse momento foi pensado exatamente para retirar o aluno da posição de mero expectador e motivá-lo a ser ativo no processo de investigar as potencialidades e limitações da ferramenta que possam auxiliá-lo no processo de aprendizagem de ALI. Como essa parte exigia mais tempo, foi dado uma semana para a efetivação da tarefa.

2.2 Experimentação e resultados

A atividade foi aplicada no inicio do primeiro semestre de 2017, contemplando 164 alunos matriculados distribuídos em sete turmas. Desses alunos, 131 entregaram a atividade resolvida no ambiente lápis e papel e 119 a atividade resolvida no ambiente computacional. Na busca de identificarmos como os alunos fazem a transição nos diferentes registros de representação, identificação da aplicação de matrizes e a interação com as funcionalidades do GeoGebra, adotamos uma abordagem qualitativa e interpretativa dos registros produzidos pelos alunos.

Na resolução com lápis e papel, os alunos não tiveram dificuldades em transitar entre os registros gráfico e algébrico (questão 1) para representarem as letras dos seus respectivos nomes. Eles apresentaram variadas formas para a letra, conforme pode ser ilustrado na Figura 1.

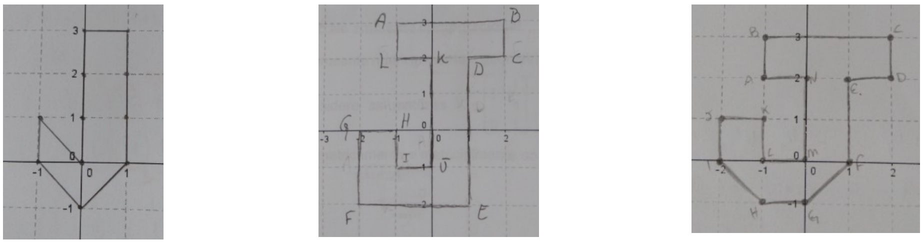


Figura 1. Exemplo de diferentes formas utilizadas pelos alunos para representar a letra J. (Fonte: Acervo do grupo colaborativo, 2017)

Também observamos pelos registros escritos que eles não apresentaram dificuldades na operação numérica dos produtos de DA e EA. Note que a matriz A e o produto DA não eram as mesmas para todos os alunos, pois cada um deveria considerar a letra inicial do próprio nome e apelar à sua criatividade para a representar geometricamente por meio de um polígono. Essa forma de representação geométrica estava totalmente conectada com a representação matricial, assim sendo que duas letras iguais poderiam produzir DA distintos. As dificuldades que ocorreram foram na transição da representação matricial para a geométrica, ou seja, no momento de representar graficamente os efeitos dos produtos DA e EA. Alguns alunos tiveram dificuldades em ligar os pontos e acabaram por obter uma imagem equivocada, como ilustra a Figura 2. Problemas de escala também acabaram gerando efeitos gráficos equivocados.

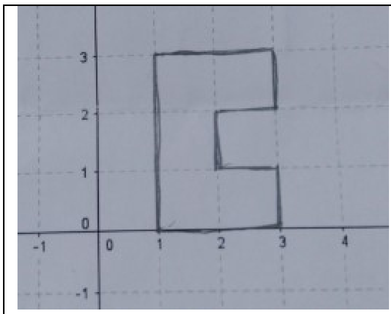


Figura 2a: Representação geométrica da letra C. (Fonte: Acervo do grupo colaborativo, 2017)

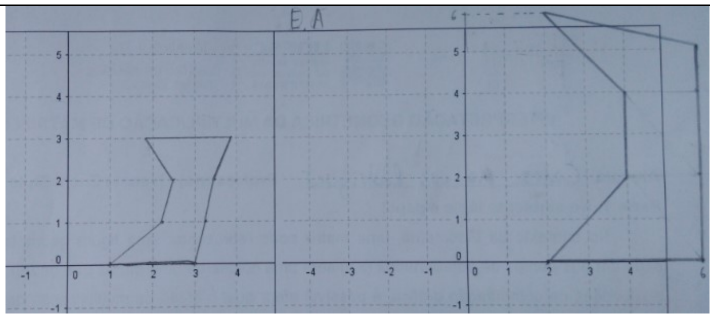


Figura 2b: Representação equivocada da imagem resultante do produto DA e do produto EA, respectivamente, onde A é a representação matricial da letra C. (Fonte: Acervo do grupo colaborativo, 2017)

Conforme já mencionamos, quando os alunos entregaram a resolução no ambiente lápis e papel foi feita uma discussão em sala de aula. Apesar de muitos alunos terem respondido corretamente os efeitos provocados pelas multiplicações das matrizes D e E pela matriz A (a saber, o itálico e a ampliação, respectivamente), observamos que nos registros recolhidos poucos explicaram o efeito ocorrido, apresentando somente as representações algébrica e geométrica do produto, sem descrever, em linguagem natural, o significado dessa operação. As questões (2.1 e 2.2) não ficaram claras o suficiente, gerando a interpretação equivocada de que apenas os registros gráfico e matricial eram suficientes. Dessa forma, na análise do grupo de trabalho colaborativo, consideramos relevante alterar essas questões e assim sugerimos que essas sejam reformuladas da seguinte maneira: 2.1 " Represente graficamente o produto da matriz D pela matriz A e explique qual o efeito gráfico provocado por essa operação"; 2.2

Represente graficamente o produto da matriz E pela matriz A e explique qual o efeito gráfico provocado por essa operação".

Dentre os que responderam este item, embora não utilizassem os termos "cisalhamento e dilatação", ainda desconhecidos para eles, conseguiram descrever o efeito utilizando características e propriedades observadas como, por exemplo:

Aluno A: A multiplicação de D por A fez a letra desenhada inicialmente ficar em itálico.

Aluno B: A matriz DA fez com que a matriz resultante tivesse uma pequena variação na coordenada x dos pontos, mantendo as coordenadas em y iguais.

Aluno C: Em DA o perímetro aumentou em 2,5%, não houve alteração na área, houve alteração na forma (itálico).

Aluno D: A imagem gerada por EA possui o dobro das dimensões do gráfico original.

Aluno E: A multiplicação EA ampliou a letra em duas vezes.

Aluno F: O perímetro ficou 2 vezes maior, a área ficou 4 vezes maior e não houve alteração na forma.

Essa representação em linguagem natural foi estimulada nas aulas, mostrando a importância para os alunos descreverem nas atividades os passos realizados. A linguagem matemática e a linguagem natural devem estar presentes, pois são diferentes formas de representação e os alunos devem ser estimulados a transitar entre elas.

A atividade no GeoGebra gerou muitas inquietações nos alunos, pois para a maioria dos alunos era o primeiro contato com um programa dessa natureza. Assim, eles desconheciam os recursos do GeoGebra e precisavam explorar uma tecnologia que não lhes era familiar. Alguns alunos questionaram os professores sobre como implementar a tarefa com o GeoGebra. Porém, era consensual no grupo de professores que, inicialmente, não se deveria dar um roteiro, mas sim deixar o aluno explorar a ferramenta identificando suas potencialidades e limitações para a multiplicação de matrizes.

Os alunos apresentaram a atividade via documento eletrônico. Nos arquivos apresentados, constatamos que as representações gráfica e algébrica foram feitas separadamente, de maneira estática, ou seja, elas foram implementadas sem conexão entre os registros algébrico e geométrico. Assim, quando considerados de forma estática, os pontos do polígono e a sua respectiva representação matricial pareciam estar relacionados, mas no momento de usar os recursos do próprio sistema para arrastar ou movimentar o polígono, a relação entre esses registros não era preservada. Alguns alunos apresentaram as duas atividades no mesmo arquivo, não sendo claras as soluções apresentadas. A representação geométrica estava muito poluída visualmente, como ilustra a Figura 3.

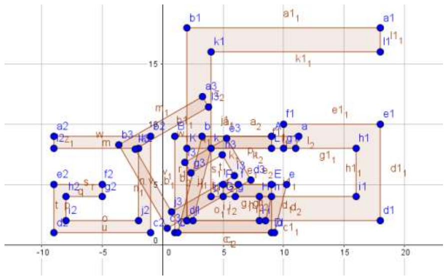


Figura 3. Representação das operações DA, EA, FA e GA na mesma tela (Fonte: Acervo do grupo colaborativo, 2017)

Alguns alunos conseguiram explorar mais as potencialidades do GeoGebra, apresentando uma tela mais limpa, com opção de esconder a letra, e apresentaram as matrizes no formato de texto, como ilustra a Figura 4.

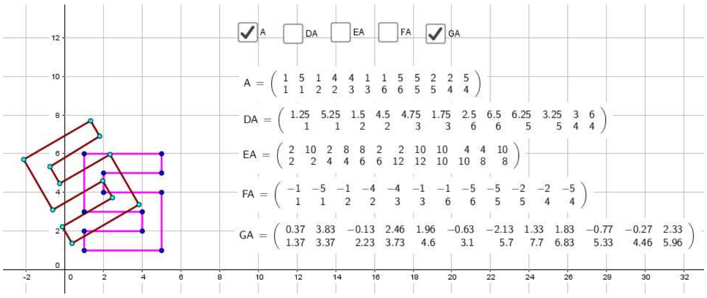


Figura 4. Representação explorando várias potencialidades do GeoGebra. (Fonte: Acervo do grupo colaborativo, 2017)

No grupo de trabalho colaborativo já tínhamos previsto a hipótese de que isso poderia ocorrer na apresentação da parte computacional, isto é, que as representações seriam apresentadas de maneira estática, pois sabíamos que a maioria dos nossos alunos estariam utilizando o GeoGebra pela primeira vez.

3. Considerações Finais

O trabalho colaborativo entre os professores de Álgebra Linear revelou-se uma estratégia interessante para enfrentar os desafios da prática pedagógica dessa disciplina, pois propiciou o desenvolvimento de novos recursos devido ao envolvimento e às trocas de experiências entre os professores. Esse envolvimento propiciou mais segurança em procurar mudar e inovar a prática pedagógica, como, por exemplo, envolver os alunos nas atividades da aula através da integração do GeoGebra em sala de aula, tanto nas atividades de ensino como nas de aprendizagem.

A atividade de multiplicação de matrizes possibilitou que os alunos percebessem as diversas formas de representação de matrizes, bem como uma aplicação contextualizada do produto de matrizes. Nesse contexto, estamos prepando os alunos para os estudos posteriores das transformações lineares, nas quais eles poderão fazer a conexão dessas atividades com as transformações lineares, especificamente a de cisalhamento e ampliação.

Essa atividade possibilitou aos alunos matriculados em ALI, desde o início da disciplina, explorar as potencialidades do GeoGebra que possam contribuir na sua aprendizagem. Com o uso do GeoGebra é possível que o aluno tenha uma visualização dinâmica entre os diferentes registros de representação das matrizes e a possibilidade de testar vários exemplos, fazer conjecturas e, através da interação com o software, refutá-las ou validá-las. Assim, consideramos que desenvolver com os alunos atividades nas quais eles explorem a ferramenta tem muitas vantagens, se comparado com a situação em que eles apenas observam o professor utilizando essa ferramenta no processo de ensino. É como estabelecermos o paralelo entre uma aula em que o professor propõe e resolve uma tarefa enquanto o aluno copia a resolução e outra muito diferente em que o professor propõe a tarefa e deixa o aluno sugerir estratégias para resolvê-la. É nesse momento que o aluno tem a chance de reconhecer, pesquisar e ativar novos conhecimentos para propor a solução - assim é também, ao comparar uma sala em que o professor utiliza a tecnologia com uma sala na qual ele propõe que os alunos utilizem a tecnologia no processo de aprendizagem.

Agradecimentos

Os autores agradecem à Fundação de Amparo à Pesquisa e Inovação do Estado de Santa Catarina (FAPESC) pelo fomento e incentivo aos grupos de pesquisa.

Referências

Anton, Howard (2012). Álgebra Linear com aplicações. São Paulo: Ed. Bookman.

Boavida, Ana M., & Ponte, João P. (2002). Investigação colaborativa: Potencialidades e problemas. In GTI (Org.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 43-55). Lisboa: APM.

Diković, Ljubica (2009). “Applications GeoGebra into Teaching Some Topics of Mathematics at the College Level”, In: eLibrary of Mathematical Institute of the Serbian Academy of Sciences and Arts - Journal: Computer Science and Information Systems; v. 6 nº2. p. 191 – 203.

Dorier, Jean Luc (Org.) (2000). On the teaching of linear algebra. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Dorier, Jean. Luc (2002). Teaching Linear Algebra at University. ICM, Vol. III. 1 – 3.

Duval, Raymond (2003). Registros de representação semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: Machado, S.D.A. et al. Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papirus, p.11-33.

França, Michele (2007). Conceitos fundamentais de Álgebra Linear: uma abordagem integrando geometria dinâmica. 139 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

Gonçalves, Ricardo (2015). Álgebra Linear – Teoria e Prática. Coleção Matemática, Edições Sílabo, Lisboa.

Hillel, Joel (2000) Modes of description and the problem of representation in linear algebra. In: J. L. Dorier (Ed.), On the teaching of linear algebra. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, p. 191-207.

SBEM. “A formação do professor de Matemática nos cursos de licenciatura: reflexões produzidas pela comissão paritária”. *Boletim Informativo*, n.21, 43p, 2013. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/files/Boletim21.pdf>. Acesso em: 30 mar. 2017.